Proposta de resolução - Prova 115 - 1^a fase

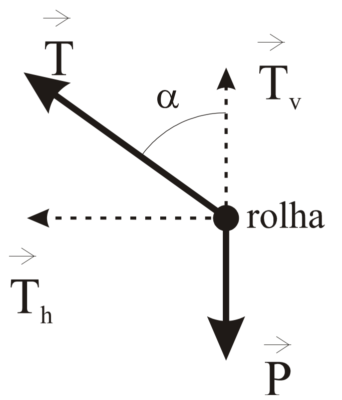
7 de Julho de 2005

GRUPO I

	Versão 1	Versão 2
1.	(C)	(B)
2.	(D)	(C)
3.	(B)	(D)
4.	(D)	(B)
5	(A)	(C)
6.	(E)	(A)

GRUPO II

1.
1.1



Legenda da figura
$\vec{T}$ → Força de tensão do fio
$\vec{T}_h$ → Componente horizontal da força de tensão do fio
$\vec{T}_v$ → Componente vertical da força de tensão do fio
$\vec{P}$ → Peso da rolha.

1.2. O módulo da tensão do fio que actua sobre a rolha é

$$\begin{aligned} T &= \frac{mg}{\cos\alpha} \\ &= \frac{0.020 \times 10}{0.66} \\ &= 0.30 \text{ N} \end{aligned}$$

1.3 O momento da força de tensão do fio, $\vec{T}$, que actua na rolha, em relação ao ponto O é

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{T},$$

em que $\vec{r}$ é o vector posição da rolha em relação ao ponto O. Neste caso, os vectores $\vec{r}$ e $\vec{T}$ são colineares pelo que o seu producto vectorial é nulo.

1.4 O módulo da força centrípeta que actua na rolha é dado pela componente horizontal da força de tensão do fio. Assim,

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{C}} &= T_{\mathrm{h}} = \frac{mv^2}{r} \\ T\sin\alpha &= m\omega^2\ell\sin\alpha \\ T &= 4m\pi^2 f^2 \ell, \end{aligned}$$

em que foi utilizada a relação $\omega = 2\pi f t$, entre a frequência angular, ω, e a frequência, f.

2.

2.1. A pedra, que inicialmente estava sujeita apenas à força de tensão do dinamómetro e ao seu peso (que eram iguais em módulo), passa, à medida que é mergulhada no líquido, a estar sujeita também à força de impulsão do líquido. O módulo desta é proporcional ao volume da pedra imerso no líquido e é dirigida verticalmente para cima. Em cada instante, o módulo do peso da pedra é igual à soma dos módulos da força de tensão do dinamómetro e da impulsão. Assim, o valor lido no dinamómetro vai diminuindo à medida que o corpo entra no líquido, atingindo um valor constante após o corpo estar totalmente imerso.

2.2. A 2.^{a} lei de Newton exprime-se, nesta situação, pela expressão matemática

$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{I} = \vec{0},$$

em que $\vec{T}$ é a força de tensão do dinamómetro, $\vec{P}$ é o peso da pedra e $\vec{I}$ a força de impulsão do líquido. Escolhendo um eixo vertical dirigido para cima como referencial, obtemos a correspondente equação escalar

$$T - P + I = 0,$$

de onde

$$\begin{aligned} I &= P - T \\ &= mg - T \\ &= 0,150 \times 10 - 0,78 \\ &= 0,72 \text{ N}. \end{aligned}$$

Consequentemente,

$$I = 0,72 \text{ N}.$$

2.3.1. O módulo da força de impulsão que actua na pedra é dado por

$$I = \rho_{\text{líquido}} V_{\text{pedra}} g,$$

em que $\rho_{\text{líquido}}$ é a massa volúmica do líquido, V_{pedra} é o volume da pedra e g é o módulo da aceleração da gravidade. Utilizando $V_{\text{pedra}} = \dfrac{m_{\text{pedra}}}{\rho_{\text{pedra}}}$, em que m_{pedra} e ρ_{pedra} são, respectivamente, a massa e a massa volúmica da pedra, obtemos

$$I = \frac{\rho_{\text{líquido}} m_{\text{pedra}} g}{\rho_{\text{pedra}}},$$

de onde

$$\rho_{\text{líquido}} = \frac{\rho_{\text{pedra}} I}{m_{\text{pedra}} g}.$$

2.3.2. Lei de Arquimedes: Um corpo mergulhado num líquido (ou, em geral, num fluido em repouso) sofre uma força de impulsão vertical, dirigida para cima, de módulo igual ao peso do volume de líquido que desloca.

3.

3.1. Se desprezarmos a força gravitacional sobre os electrões, estes, no interior do tubo, estão sujeitos apenas à força eléctrica. Consequentemente, o módulo da sua aceleração é dada por

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} \\ &= \frac{qE}{m} \\ &= \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 9.7 \times 10^{4}}{9.1 \times 10^{-31}} \\ &= 1,7 \times 10^{16} \text{ m s}^{-2}. \end{aligned}$$

3.2. Utilizando as expressões da cinemática do movimento uniformemente acelerado segundo o eixo dos y , e do movimento com velocidade constante segundo o eixo dos xx, obtemos

$$\left\{ \begin{array}{c} y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \\ x = v_{0x} t \end{array} \right. .$$

Colocando a origem do referencial no ponto em que os electrões entram no tubo, as equações simplificam-se para

$$\left\{ \begin{array}{c} y = \frac{1}{2} a_y t^2 \\ x = v_{0x} t \end{array} \right. .$$

Da 2.^{a} equação obtemos

$$t = \frac{x}{v_{0x}}.$$

Substituindo na 1.^{a} equação,

$$y = \frac{1}{2} a_y \left(\frac{x}{v_{0x}} \right)^2.$$

O deslocamento vertical Δy pedido corresponde ao deslocamento horizontal $\Delta x = 0,090$ m, ou seja

$$\begin{aligned} \Delta y &= \frac{1}{2} 1.7 \times 10^{16} \left(\frac{0.090}{6.0 \times 10^7} \right)^2 \\ &= 1.9 \times 10^{-2} \text{ m}. \end{aligned}$$

3.3. A força magnética necessária, $\vec{F}_B$, deverá ter a direcção vertical, sentido para baixo e módulo igual ao da força eléctrica $\vec{F}_E$. Utilizando $\vec{F}_B = -q\vec{v} \times \vec{B}$, em que q é o módulo da carga do electrão, $\vec{v}$ a velocidade do feixe de electrões à entrada no tubo e $\vec{B}$ o campo magnético requerido, obtemos

$$-F_B \vec{e}_y = -q v_0 \vec{e}_x \times \vec{B}.$$

Concluímos que $\vec{B}$ deverá ter a direcção e sentido negativo do eixo dos z, isto é,

$$\vec{B} = -B\vec{e}_z.$$

Como exigimos também $F_B = F_E$, obtemos, utilizando $F_E = qE$, em que E é o módulo do campo eléctrico $\vec{E}$,

$$qE = qv_0 B$$

ou

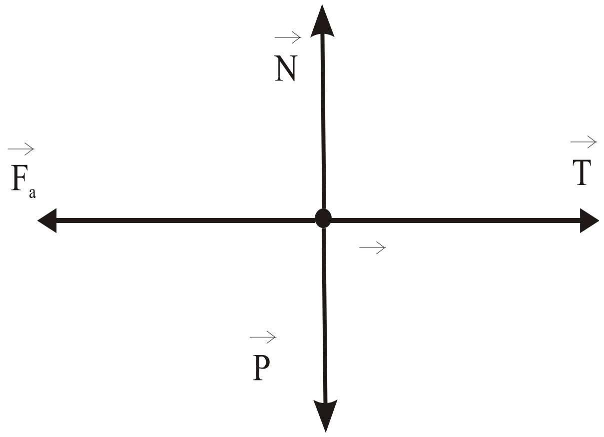
$$\begin{aligned} B &= \frac{E}{v_0} \\ &= \frac{9.7 \times 10^4}{6 \times 10^7} \\ &= 1.6 \times 10^{-3} \text{ T}. \end{aligned}$$

O campo magnético é, então,

$$\vec{B} = -1.6 \times 10^{-3} \vec{e}_z \text{ (T)}.$$

III

1. O diagrama das forças que actuam na placa de aço, no instante da iminência do movimento relativo entre a placa de aço e de bronze, é o que se segue, considerando que a placa de aço e o copo C formam um único corpo, em que $\vec{F}_\text{a}$ é a força de atrito entre as superfícies de das placas de aço e bronze, $\vec{N}$ é a força normal exercida pela placa de bronze na placa de aço, $\vec{T}$ é a força de



tensão exercida pelo fio na placa de aço e $\vec{P}$ é a soma dos pesos da placa de aço e do copo C. Quando o movimento está prestes a iniciar-se, temos, a partir da $2.^a$ lei de Newton:

$$\vec{F}_{\rm a} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}.$$

Escolhendo um referencial com o eixo dos x horizontal e apontando para a direita e o eixo dos y vertical e apontando para cima, obtemos

$$\begin{aligned} -F_{\rm a} + T &= 0 \\ N - P &= 0. \end{aligned}$$

Como $F_{\rm a} = \mu_{\rm e} N$, $P = (m_{\rm A} + m_{\rm C})\, g$, em que $\mu_{\rm e}$ é o coeficiente de atrito estático entre as placas de aço e de bronze, e $T = m_{\rm B} g$, porque o valor da tensão é o mesmo ao longo do fio e o copo B está em repouso sob a acção da tensão do fio e do seu peso. Efectuando as substituições, chegamos a

$$\begin{aligned} N &= (m_{\rm A} + m_{\rm C})\, g. \\ \mu_{\rm e}\, (m_{\rm A} + m_{\rm C})\, g &= m_{\rm B} g. \end{aligned}$$

e

$$\mu_{\rm e} = \frac{m_{\rm B}}{m_{\rm A} + m_{\rm C}}.$$

2. Utilizando a expressão anterior, obtemos no $2.^o$ ensaio

$$\mu_{\rm e} = \frac{42,85}{178,99} = 0,2394,$$

enquanto que no $5.^o$ ensaio o valor obtido será

$$\mu_{\rm e} = \frac{74,63}{315,44} = 0,2366.$$

A tabela 2 ficará, assim

Tabela2	**1.º ensaio**	**2.º ensaio**	**3.º ensaio**	**4.º ensaio**	**5.º ensaio**
$\mu_{\rm e}$	0,2362	0,2394	0,2450	0,2413	0,2366

3. Vamos calcular o valor médio dos resultados obtidos:

$$\begin{aligned}\overline{\mu}_{\mathrm{e}} &= \frac{0,2362+0,2394+0,2450+0,2414+0,2366}{5} \\ &= 0,2397\end{aligned}$$

Os desvios $\Delta\mu_{\mathrm{e}}$ dos valores obtidos em relação ao valor médio são:

1.º ensaio	$0.2362 - 0.2397 = -0,0035$
2.º ensaio	$0.2394 - 0.2397 = -0,0003$
3.º ensaio	$0.2450 - 0.2397 = 0,0053$
4.º ensaio	$0.2414 - 0.2397 = 0,0017$
5.º ensaio	$0.2366 - 0.2397 = -0,0031$

Como o número de medidas efectuadas não é suficiente para a aplicação de métodos estatísticos, vamos colocar-nos na situação menos favorável e tomar o desvio com valor absoluto maior como incerteza absoluta da medida, ou seja $\Delta\mu_{\mathrm{e}} = 0.0053$. Podemos apresentar o resultado na forma

$$\mu_{\mathrm{e}} = 0,2397 \pm 0,0053.$$

Se seguirmos a regra de que a incerteza deve ser apresentada apenas com uma algarismo significativo (neste caso, se a 3.^{a} casa decimal é incerta, a 4.^{a} ainda o é mais), o resultado deverá ser apresentado na forma

$$\mu_{\mathrm{e}} = 0,240 \pm 0,005.$$

4. O intervalo de valores pedido é $[0,235; 0,245]$.

5. Fontes de incerteza nesta determinação podem ser, entre outras, erros nas medidas das massas dos diferentes corpos ou a utilização de gotas da solução do copo B de massa muito elevada.

6. De acordo com o procedimento experimental descrito, entende-se que a questão se refere à força de atrito estático na iminência do movimento relativo das placas, ou seja, à força de atrito máximo entre estas. Aumentando o volume de líquido em C, faz aumentar a massa (e o módulo do peso) do conjunto "placa de aço + copo C" e, consequentemente, o módulo da força $\vec{N}$. Como a força máximo de atrito estático entre as placas de aço e de bronze é proporcional a N, ela aumenta.